

Warszawa, 20.09.2019

dr hab. Piotr Sankowski, prof. UW
Instytut Informatyki
Uniwersytet Warszawski
Ul. Banacha 2
02-097 Warszawa

Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Krzysztofa Sornata zatytułowanej
„Approximation Algorithms for Multiwinner Elections and Clustering Problems”

Przedstawiona rozprawa doktorska dotyczy dwóch ważnych problemów, które pochodzą z różnych dziedzin informatyki, są to:

- problem klastrowania k-Median, w swoich wersjach uogólnionych takich jak Ordered k-Median, Rectangular Ordered k-Media, OWA k-Median, czy Harmonic k-Median, który rozważany jest od strony bardziej teoretycznej w dziedzinie optymalizacji kombinatorycznej, ale także często używany jest w praktyce w badaniach nad uczeniem maszynowym.

- problem Minmax Approval Voting, który pochodzi z dziedziny społecznego wyboru.

Problemy te łączy bardzo zbliżony sposób sformułowania. W obydwu z nich mamy dany zbiór kandydatów oraz zbiór klientów/głosujących. Ze zbioru kandydatów musimy wybrać k elementów – centrów/reprezentantów, tak aby były one najbliższe zbioru wszystkich klientów. W przypadku problemu k-Median, dla każdego klienta patrzymy na odległość albo do najbliższego reprezentanta, albo rozważamy ważoną odległość do najbliższych reprezentantów. W przypadku problemu Minmax Approval Voting rozważamy odległość Hamminga między zbiorem kandydatów proponowanych przez głosującego, a zbiorem wybranych reprezentantów. Przejdę teraz do dokładniejszego omówienia wyników zawartych w trzech głównych rozdziałach rozprawy. Opis wyników zawarty w tych rozdziałach poprzedzony jest wyczerpującym wstępem stanowiącym rozdział pierwszy tej rozprawy.

Rozdział drugi rozprawy dotyczy problemu Ordered k-Median. W problemie tym patrzymy na koszty podłączenia wszystkich klientów do najbliższego reprezentanta, następnie sortujemy te koszty w porządku nierosnącym i rozważamy średnią ważoną wyniku. Problem ten jest nie tylko uogólnieniem problemu k-Median, w którym patrzymy na sumę kosztów połączeń wszystkich klientów, ale także problemu k-Center, gdzie patrzymy tylko na największy z tych kosztów. Problem ten także uogólnia problem Ordered Rectangular k-Median, w którym patrzymy na sumę l największych kosztów połączeń. Warto zaznaczyć, że przed wynikami z tego doktoratu, ani Ordered Rectangular k-Median, ani tym bardziej Ordered k-Median nie posiadał algorytmu o stałym współczynniku aproksymacji. Najlepszy znany wcześniej algorytm miał współczynnik aproksymacji $O(\log n)$, a poprawienie tego wyniku było kilkakrotnie wymienianym otwartym problemem w literaturze, i właśnie algorytmy o stałym współczynniku aproksymacji zostały przedstawione w tym doktoracie:

- 15-aproksymacja dla Ordered Rectangular k-Median,

- $(38+\epsilon)$ -aproksymacja dla ogólnego Ordered k-Median.

Drugi z tych algorytmów wykorzystuje w bardzo elegancji sposób pierwszy. Robi to poprzez rozkład ogólnego wektora wag na wypukłą kombinację wag używanych w problemie w wersji Rectangular. Wynik ten stanowi bardzo istotny wkład do badań nad problemem klastrowania, co docenione zostało przez fakt, że praca zawierająca te wyniki została opublikowana na konferencji STOC.

Rozdział trzeci tego doktoratu poświęcony jest problemowi OWA k-Median oraz jego szczególnemu przypadkowi Harmonic k-Median. W obydwu tych problemach dla danego klienta rozważamy posortowane odległości do wszystkich centrów i jako koszt składowy rozwiązania bierzemy średnią ważoną tych odległości. W przypadku OWA współczynniki tej średniej dane są przez nierosnący wektor, natomiast w przypadku Harmonicznym dane są przez szereg harmoniczny. Rozdział ten zawiera dwa rezultaty:

- pierwszy znany algorytm o stałym współczynniku aproksymacji dla niemetrycznego problemu Harmonic k-Median,
- oraz algorytm dla metrycznego problemu OWA k-Median o stałym współczynniku aproksymacji.

Warto zaznaczyć, że algorytm Harmonic k-Median jest też pierwszym znanym algorytmem o stałym współczynniku aproksymacji w przypadku niemetrycznym dla naturalnej wersji problemu k-Median.

Rozdział czwarty tej rozprawy dotyczy problemu Minmax Approval Voting. Rozdział ten zawiera opis dwóch wyników: pierwszego znanego PTAS dla tego problemu, a także pierwszego znanego, parametryzowanego rozmiarem rozwiązania, PTAS. Wcześniej dla tego problemu znany był tylko algorytm 2-aproksymacyjny. Techniki zawarte w tym rozdziale rozszerzają w bardzo ciekawy sposób metody użyte wcześniej do konstrukcji algorytmów PTAS dla problemu Closest String.

Pewnym niedociągnięciem tej rozprawy jest fakt, że obiecywane związki między dwiema dziedzinami informatyki teoretycznej nie do końca przerodziły się w transfer technik. Zabrakło dyskusji co dokładnie wyniki uzyskane dla OWA k-Median oznaczają dla zagadnienia wyboru społecznego. Także rozwiązanie problemu Minmax Approval Voting, gdzie po wstępie można się spodziewać inspiracji z k-Median, ostatecznie czerpie z rozwiązania problemu Closest String. Jednakże zarzut ten odnosi się tylko do wydzwisku zawartego we wstępie, a nie do jakości rezultatów i technik zawartych w głównych rozdziałach tego doktoratu.

Podsumowanie

Recenzowana rozprawa niewątpliwie zasługuje na miano rozprawy doktorskiej w dziedzinie nauk matematycznych w zakresie informatyki. Wynik osiągnięty przez mgra Krzysztofa Sornata w rozprawie są imponujące – dla niektórych problemów pokazane zostały pierwsze znane algorytmy o stałym współczynniku aproksymacji, a dla innych pierwsze znane schematy aproksymacyjne. Chciałbym podkreślić, że bardzo duża zaletą doktoratu jest to, że jego tematyka należy do kanonu algorytmiki i od długiego czasu jest przedmiotem intensywnych badań wielu naukowców. Wyraźnie widać to na przykładzie problemu Ordered k-Median, gdzie równolegle do wyników prezentowanych w doktoracie inny zespół rozwiązał ten sam problem. Co więcej, autor wykazał się bardzo ważną umiejętnością poszukiwania inspiracji i problemów do badań poza swoją wąsko pojętą dziedziną badań. Rozprawa jest dobrze uporządkowana, zawiera bardzo ciekawy wstęp, oraz jest ogólnie dobrze napisana. Czytanie jej i zapoznawanie się z zawartymi w niej wynikami było dla mnie wielką przyjemnością. **Rozprawę uważam za wybitną i wnioskuję o jej wyróżnienie. Podsumowując stwierdzam także, że autor zasługuje na dopuszczenie go do dalszych etapów przewodu doktorskiego.**

Sankowski