



UNIwersytet
Warszawski

Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki

Instytut Informatyki

prof. dr hab. Łukasz Kowalik

Warszawa, 13 sierpień 2020.

Recenzja rozprawy doktorskiej „*Pewne warianty klasycznych problemów optymalizacji kombinatorycznej*” autorstwa mgr. Krzysztofa Piecucha

Rozprawa doktorska mgr. Krzysztofa Piecucha dotyczy dwóch problemów: pewnej odmiany kolorowania grafów oraz tzw. problemu wieloplecakowego.

Kolorowanie beztrójkątowe

W pierwszej części rozprawy autor rozważa problem kolorowania wierzchołków grafu tak, aby żaden trójkąt nie był jednokolorowy. Problem ten był badany wcześniej jedynie w przypadku, gdy mamy dwa kolory: Michał Karpiński pokazał w 2014, że rozstrzygnięcie czy takie kolorowanie istnieje jest problemem NP-zupełnym, natomiast Carsten Thomassen pokazał w 2008, że grafy planarne są beztrójkątkowo 2-wybieralne (tzn. kolorowalne w sensie listowym).

Wśród wyników rozprawy dotyczących kolorowania beztrójkątowego chciałbym wyróżnić dwa. Pierwszy z nich to liniowy algorytm kolorujący grafy planarne dwoma kolorami. Autor najpierw pokazuje elegancki algorytm kolorujący grafy planarne bez trójkątów separujących bazujący na doskonałym skojarzeniu w grafie dualnym. Uogólnienie do dowolnych grafów planarnych jest wówczas rutynowe. Szkoda, że autor nie daje w pracy odpowiedzi na pytanie jakiej złożoności algorytm wynika z pracy Thomassena, którego dowód jest oczywiście konstruktywny. Jednakże, nawet jeśli „algorytm Thomassena” jest liniowy, algorytm przedstawiony w pracy ma wartość, gdyż jest istotnie prostszy.

Drugim godnym uwagi wynikiem jest dowód NP-trudności problemu dla dowolnej wartości k , oraz NP-trudności 2-kolorowania nawet gdy graf nie zawiera klik większych niż 3. Są to odpowiedzi na naturalne pytania, a ich udzielenie wymagało pewnej pracy twórczej, szczególnie przy konstrukcji odpowiednich gadżetów.

Ponadto, autor pokazuje szereg odpowiedników klasycznych twierdzeń znanych dla zwykłego kolorowania. Są to dość oczywiste wnioski ze znanych wyników, chociaż fakt, że dowody są właśnie krótkie i używają właściwych argumentów należy docenić. Ciekawą konsekwencją pokazanych twierdzeń jest wielomianowy algorytm dla grafów cięciwowych. Autor pokazuje również liniowy algorytm dla grafów zewnętrznie planarnych, chociaż nie wiadomo do końca po co, gdyż wynika on na dwa sposoby z ogólniejszych rezultatów rozprawy (algorytmu dla grafów planarnych i grafów o ograniczonej szerokości drzewowej).

Wreszcie, autor pokazuje dwa algorytmy parametryzowane. Chociaż warto docenić szerokie spojrzenie autora na algorytmikę, ten fragment nie ma większej wartości. Liniowy algorytm dla ograniczonej szerokości drzewowej jako wniosek z twierdzenia Courcelle'a jest zupełnie rutynowy. Ponadto, natychmiast implikuje on algorytm parametryzowany dla parametryzacji rozmiarem pokrycia wierzchołkowego (ponieważ $tw(G) \leq vc(G) + 1$), czego autor nie zauważył, podając własny algorytm (zresztą wolniejszy niż taki, który można uzyskać stosując podejście z szerokością drzewową).

Problem wieloplecakowy

W problemie wieloplecakowym mamy dane n plecaków rozmiaru 1 oraz m przedmiotów o danych rozmiarach. Należy zapakować podzbiór przedmiotów do plecaków tak, aby zmaksymalizować całkowity rozmiar zapakowanych przedmiotów. Autor rozważa wersję on-line tego problemu. Wcześniej był on badany przez dwie grupy badaczy. W 2014r. Böckenhauer *et al.* pokazali algorytm $\frac{1}{2}$ -konkurencyjny, natomiast w 2016 Cygan *et al.* udowodnili, że żaden algorytm nie może osiągnąć współczynnika konkurencyjności lepszego niż $R = 1/(1 + \ln 2) \approx 0.5906$. Te dwa ograniczenia zostawiają niewielką, lecz irytującą lukę. Głównym wynikiem drugiej części rozprawy (a w moim odczuciu także całej rozprawy) jest likwidacja wspomnianej luki, poprzez konstrukcję algorytmu o współczynniku konkurencyjności $R - O(1/n)$.

Ponadto, autor nieco wzmacnia górne ograniczenie Cygana *et al.*, pokazując, że składnik $O(1/n)$ również jest nieunikniony. Wspomniany algorytm i jego analiza wymagały wysokiej sprawności technicznej i dużej wyobraźni matematycznej. Jest imponujące, że autor nie poprzestał na jakimkolwiek poprawieniu współczynnika konkurencyjności, lecz dążył do całkowitego zrozumienia struktury problemu. Sądzę, że jest to jeden z najważniejszych wyników w algorytmach on-line w tym roku.

Podsumowanie

Obie części rozprawy zawierają oryginalne i wartościowe wyniki. Ilość wyników i objętość rozprawy budzą pewien niedosyt, ale jest on rekompensowany wysoką jakością drugiej części rozprawy, która w moim odczuciu byłaby mocnym punktem każdego doktoratu na wiodących europejskich uczelniach. Strona redakcyjna rozprawy jest poprawna, mimo pewnych drobnych usterek.

W związku z powyższym, stwierdzam, że rozprawa mgr. Krzysztofa Piechucha **spełnia** ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane dysertacjom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie autora do dalszych etapów postępowania.